तरंगें

Waves

Chapter-15

प्रश्नावली

प्रश्न 1. 2.50 kg द्रव्यमान की 20 cm लम्बी तानित डोरी पर 200 N बल का तनाव है। यदि इस डोरी के एक सिरे को अनुप्रस्थ झटका दिया जाए तो उत्पन्न विक्षोभ कितने समय में दूसरे सिरे तक पहुँचेगा?

रस्सी में अनुप्रस्थ तरंग की चाल $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$

जहाँ, T = रस्सी में तनाव, μ = रस्सी की एकांक लम्बाई में तनाव है।

हल अनुप्रस्थ तरंग का वेग $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$

जहाँ, T = रस्सी में तनाव = 200 N

$$\mu = \text{एकांक लम्बाई में तनाव} = \frac{\text{द्रव्यमान}}{\text{दूरी}} = \frac{2.50}{20} = 0.125\ \text{kg/m}$$

$$\therefore \quad v = \sqrt{\frac{200}{0.125}} = \sqrt{1600} = 40\ \text{m/s}$$

अन्य सिरे तक विक्षोभ के पहुँचने में लगा समय

$$t = \frac{l}{v} = \frac{20}{40} = 0.50\ \text{s}$$

प्रश्न 2. 300 m ऊँची मीनार के शीर्ष से गिराया गया पत्थर मीनार के आधार पर बने तालाब के पानी से टकराता है। यदि वायु में ध्वनि की चाल 340 m/s है तो पत्थर के टकराने की ध्वनि मीनार के शीर्ष पर पत्थर गिराने के कितनी देर बाद सुनाई देगी? ($g = 9.8\ \text{m/s}^2$)

पत्थर के कुएँ की तली तक पहुँचने में लगा समय तथा तली से परावर्तित तरंग के ऊपर तक आने में लगा समय कुल समय है।

हल मीनार की ऊँचाई (h) = 300 m

प्रारम्भिक वेग $u = 0$

गुरुत्व त्वरण $g = 9.8\ \text{m/s}^2$

वायु में ध्वनि की चाल = 340 m/s

कुएँ की तली तक पत्थर के पहुँचने में लगा समय = t_1

गति का समीकरण प्रयोग करने पर

$$h = ut + \frac{1}{2}gt_1^2$$

$$\Rightarrow \quad 300 = 0 + \frac{1}{2} \times 9.8 t_1^2$$

$$\Rightarrow \quad t_1 = \sqrt{\frac{300 \times 2}{9.8}} = 7.82\ \text{s}$$

ध्वनि के मीनार की चोटी तक पहुँचने में लगा समय

$$t_2 = \frac{h}{v} = \frac{300}{340} = 0.88\ \text{s}$$

$$\therefore \quad \text{कुल समय } t = t_1 + t_2 = 7.82 + 0.88 = 8.7\ \text{s}$$

प्रश्न 3. 12.0 m लम्बे स्टील के तार का द्रव्यमान 2.10 kg है। तार में तनाव कितना होना चाहिए ताकि उस तार पर किसी अनुप्रस्थ तरंग की चाल 20°C पर शुष्क वायु में ध्वनि की चाल (343 m/s) के बराबर हो?

हल दिया है, ध्वनि तरंग की चाल $v = 343\ \text{m/s}$

आवश्यक तनाव $T = ?$

द्रव्यमान घनत्व $\mu = \frac{m}{l} = \frac{2.10}{12}$

$= 0.175\ \text{kg/m}$

अनुप्रस्थ तरंग की चाल

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

$$\Rightarrow \quad T = v^2\mu = (343)^2 \times 0.175$$

$$= 20588.575\,\text{N}$$

$$\approx 2.06 \times 10^4\,\text{N}$$

प्रश्न 4. सूत्र $v = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}}$ का उपयोग करके स्पष्ट कीजिए कि वायु में ध्वनि की चाल क्यों

(a) दाब पर निर्भर नहीं करती?
(b) ताप के साथ बढ़ जाती है?
(c) आर्द्रता के साथ बढ़ जाती है?

दिया गया सूत्र प्रयुक्त करते हुए व शर्तों को मानते हुए परिणाम प्राप्त करते हैं।

हल (a) दिया है, $v = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} = \sqrt{\gamma\left(\frac{p}{\rho}\right)} \Rightarrow$ ध्वनि की चाल ...(i)

जहाँ, p = दाब तथा ρ = घनत्व

आदर्श गैस समीकरण से,

$$pV = nRT$$

$$\Rightarrow \quad pV = \frac{w}{M}RT \qquad \left(\text{मोलो की संख्या } (n) = \frac{w}{M}\right)$$

$$\Rightarrow \quad p = \left(\frac{w}{V}\right)\frac{RT}{M}$$

$$\Rightarrow \quad p = \rho\frac{RT}{M} \qquad \left(\because \text{घनत्व } \rho = \frac{\text{द्रव्यमान } (w)}{\text{आयतन } (V)}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{p}{\rho} = \frac{RT}{M}$$

समी (i) में रखने पर

$$v = \sqrt{r\left(\frac{RT}{M}\right)}$$

जहाँ, R, T तथा M, सार्वत्रिक गैस नियतांक, परमताप तथा आणविक द्रव्यमान हैं अतः व्यजंक स्वतन्त्र दाब पर निर्भर नहीं करता हैं।

(b) वायु में ध्वनि की चाल $v = \sqrt{\gamma\frac{RT}{M}}$,

जहाँ, γ, R तथा M नियतांक है।

$\therefore v \propto \sqrt{T}$, अतः ताप के बढ़ने पर वेग बढ़ता है।

(c) जल का अणुभार 18 होता है जो N_2 (28), O_2 (32) के अणुभार से कम है। O_2(32).
(अत: जैसे –2 आर्द्रत बढ़ती है वायु का घनत्व घटता जाता है)

अब $$v = \sqrt{\gamma \frac{RT}{M}}$$

$$v \propto \sqrt{\frac{1}{M}}$$

M घटने पर वेग बढ़ता है।

प्रश्न 5. आपने यह सीखा है कि एक विमा में कोई प्रगामी तरंग फलन $y = f(x, t)$ द्वारा निरूपित की जाती है जिसमें x तथा t को $x - vt$ अथवा $x + vt$ अर्थात् $y = f(x \pm vt)$ संयोजन में प्रकट होना चाहिए। क्या इसका प्रतिलोम भी सत्य है? नीचे दिए गए y के प्रत्येक फलन का परीक्षण करके यह बताइए कि वह किसी प्रगामी तरंग को निरूपित कर सकता है।

(a) $(x - vt)^2$

(b) $\log\left(\frac{(x + vt)}{x_0}\right)$

(c) $\frac{1}{(x + vt)}$

प्रश्न गतिशील तरंग के मूल अभिलक्षणों पर आधारित है।

हल व्युत्क्रम सत्य नहीं है इसका अर्थ है कि यदि फलन $y = f(x \pm vt)$ के रूप में प्रदर्शित है तब यह आवश्यक रूप से गतिमान तरंग प्रकट नहीं करेगा। चूँकि गतिमान तरंग की आवश्यक शर्त यह है कि गतिमान कण का विस्थापन परिमित होना चाहिए (x व t के प्रत्येक मान के लिए)

(a) $x = 0$ हेतु

यदि $t \to 0$, तब $(x - vt)^2 \to 0$ जो परिमित है यह दो परीक्षणों का अनुसरण करता है अत: यह तरंग है।

(b) $\log\left(\frac{x + vt}{x_0}\right)$

$x = 0$ पर $t = 0$ हेतु

$$f(x, t) = \log\left(\frac{0 + 0}{x_0}\right)$$

$$= \log 0 \to \infty$$

अत: यह तरंग नहीं है।

(c) $\frac{1}{x + vt}$

$x = 0, t = 0$ हेतु

$$f(x) \to \infty$$

फलन $(x \pm vt)$ प्रकार है $x = 0$, पर यह अनन्त है अत: यह तरंग नहीं है।

प्रश्न 6. कोई चमगादड़ वायु में 1000 kHz आवृत्ति की पराश्रव्य ध्वनि उत्सर्जित करता है। यदि यह ध्वनि जल के पृष्ठ से टकराती है, तो (a) परावर्तित ध्वनि तथा (b) पारगमित ध्वनि की तरंगदैर्ध्य ज्ञात कीजिए। वायु तथा जल में ध्वनि की चाल क्रमशः 340 m/s तथा 1486 m/s है।

जब तरंग संचरण का माध्यम बदलता है तब तरंग की आवृत्ति नहीं बदलती है परन्तु तरंग वेग बदलता है। अतः नयी तरंगदैर्ध्य ज्ञात करने हेतु $v = \nu\lambda$ प्रयुक्त करते हैं।

हल (a) परावर्तित तरंग (ध्वनि) वायु में गति करती है अतः

वायु में ध्वनि की चाल $v = 340$ m/s, आवृत्ति $\nu = 1000 \times 10^3$ Hz

ध्वनि का तरंगदैर्ध्य $\lambda = \dfrac{v}{\nu} = \dfrac{340}{10^6} = 3.4 \times 10^{-4}$ m

(b) ध्वनि तरंग की जल में चाल $v_w = 1486$ m/s

$\therefore$ प्रेषित तरंग का तरंगदैर्ध्य $= \lambda_t = \dfrac{v_w}{\nu} = \dfrac{1486}{10^6}$

$= 1.49 \times 10^{-3}$ m

प्रश्न 7. किसी अस्पताल में ऊतकों में ट्यूमरों का पता लगाने के लिए पराश्रव्य स्कैनर का प्रयोग किया जाता है। उस ऊतक में ध्वनि में तरंगदैर्ध्य कितनी है जिसमें ध्वनि की चाल 1.7 km/s है? स्कैनर की प्रचालन आवृत्ति 4.2 MHz है।

सम्बन्ध का सीधा अनुप्रयोग $v = \nu\lambda$

हल तरंग की चाल $v = 1.7$ km/s $= 1.7 \times 10^3$ m/s

स्कैनर की क्रियाशील आवृत्ति $\nu = 4.2$ MHz $= 4.2 \times 10^6$ Hz

$\therefore$ ऊतकों में ध्वनि तरंग की तरंगदैर्ध्य

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{1.7 \times 10^3}{4.2 \times 10^6}$$

$$\approx 4.1 \times 10^{-4} \text{ m}$$

प्रश्न 8. किसी डोरी पर कोई अनुप्रस्थ गुणावृत्ति तरंग का वर्णन

$$y(x, t) = 3.0 \sin(36\, t + 0.018\, x + \pi/4)$$

द्वारा किया जाता है। यहाँ x तथा y सेंटीमीटर में तथा t सेकंड में है। x की धनात्मक दिशा बाएँ से दाएँ है।

(a) क्या यह प्रगामी तरंग है अथवा अप्रगामी? यदि यह प्रगामी तरंग है तो इसकी चाल तथा संचरण की दिशा क्या है?

(b) इसका आयाम तथा आवृत्ति क्या है?

(c) उद्गम के समय इसकी आरम्भिक कला क्या है?

(d) इस तरंग में दो क्रमागत शिखरों के बीच की न्यूनतम दूरी क्या है?

दी गई समीकरण की मूल समीकरण $y(x, t) = a \sin(\omega t + kx + \phi)$ से तुलना की जा सकती है तथा आवश्यक राशियाँ ज्ञात की जा सकती हैं।

हल (a) दी हुई समीकरण

$$y(x,t) = 3.0 \sin\left(36t + 0.018x + \frac{\pi}{4}\right)$$

मानक समीकरण से तुलना करने पर

हम रखते हैं $y(x,t) = a \sin(\omega t + kx + \phi)$

$$\omega = 36 \text{ rad/s}, k = 0.018 \text{ m}$$

अब आवृत्ति $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$ तथा तरंगदैर्ध्य $\lambda = \frac{2\pi}{k}$

तरंग की चाल $v = \nu\lambda$

$$\therefore \quad v = \left(\frac{\omega}{2\pi}\right)\left(\frac{2\pi}{k}\right) = \frac{\omega}{k}$$

$$= \frac{36}{0.018} = 2000 \text{ cm/s} = 20 \text{ m/s}$$

(b) आयाम $a = 3.0$ cm

दी गई तरंगों की आवृत्ति

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{36}{2 \times 3.14} = 5.73 \text{ Hz}$$

(c) कला कोण $\phi = \frac{\pi}{4}$

(d) दो क्रमागत श्रृंग तथा गर्त के बीच की न्यूनतम दूरी तरंगदैर्ध्य λ कहलाती है।

चूँकि $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

$\Rightarrow$ $\lambda = \frac{2\pi}{k}$

$$= \frac{2 \times 3.14}{0.018}$$

$$= 348.88 \text{ cm} = 3.49 \text{ m}$$

प्रश्न 9. **प्रश्न 8 में वर्णित तरंग के लिए $x = 0$, 2 cm तथा 4 cm के लिए विस्थापन (y) और समय (t) के बीच ग्राफ आलेखित कीजिए। इन ग्राफों की आकृति क्या है? आयाम, आवृत्ति अथवा कला में से किन पहलुओं में प्रगामी तरंग में दोलनी गति एक बिन्दु से दूसरे बिन्दु पर भिन्न है?**

x के भिन्न मान हेतु (y) तथा (t) के मध्य ग्राफ बनाते हैं तथा x के दिए गए मानों पर संगत y के मान ज्ञात करते हैं।

हल $x = 0$, के लिए समीकरण

$$y(0,t) = 3.0 \sin\left(36t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 36 \text{ rad/s}$$

$$\therefore \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{36} = \frac{\pi}{18} \text{ s}$$

t(s)	0	$\frac{T}{8}$	$\frac{2T}{8}$	$\frac{3T}{8}$	$\frac{4T}{8}$	$\frac{5T}{8}$	$\frac{6T}{8}$	$\frac{7T}{8}$
y (cm)	$\frac{3}{\sqrt{2}}$	3	$\frac{3}{\sqrt{2}}$	0	$\frac{-3}{\sqrt{2}}$	–3	$\frac{-3}{\sqrt{2}}$	0

$x = 2, 4$ पर $(y)_{t=0}$ का मान $x = 0$ के मान से अधिक है यह $x = 4$, $x = 2$, $x = 0$ के क्रम में व्यवस्थित है ये सभी ज्यावक्रीय प्रकृति के हैं ये आवृत्ति अथवा आयाम में भिन्न नहीं हैं ये प्रारम्भिक कला में भिन्न हैं।

y (cm)

$\frac{T}{8}$ $\frac{3T}{8}$ ⟶ t (s)

प्रश्न 10. प्रगामी गुणावृत्ति तरंग

$$y(x, t) = 2.0 \cos 2\pi(10t - 0.0080x + 0.35)$$

जिसमें x तथा y को m में तथा t को s में लिया गया है, के लिए उन दो दोलनी बिन्दुओं के बीच कलान्तर कितना है जिनके बीच की दूरी है?

(a) 4 m (b) 0.5 m (c) $\lambda/2$ (d) $3\lambda/4$

दी गई समीकरण की मानक समीकरण से तुलना करने पर अज्ञात राशि ज्ञात की जा सकती है।

हल दी गई समीकरण

$$y(x,t) = 2.0 \cos 2\pi (10t - 0.0080x + 0.35)$$
$$= 2.0 \cos (20\pi t - 0.016\pi x + 0.70\pi)$$

मानक समीकरण से तुलना करने पर

$$y(x,t) = a\cos(\omega t - kx + \phi)$$
$$k = 0.016\pi$$
$$a = 2 \text{ cm}$$
$$\omega = 20\pi \text{ rad/s}$$
$$\text{कलान्तर } \Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x \text{ ; जहाँ } \Delta x = \text{पथान्तर}$$

अब,

(a) $\Delta x = 4\text{ m} = 400\text{ cm}$ हेतु

$$\text{कलान्तर } \Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x = k\Delta x$$

$$= 0.016\pi \times 400$$
$$= 6.4\pi \text{ rad}$$

(b) 0.5 m = 50 cm हेतु

$$\text{कलान्तर } \Delta\phi = k\Delta x = 0.016\pi \times 50$$
$$= 0.8\pi \text{ rad}$$

(c) $\Delta x = \frac{\lambda}{2}$ हेतु

$$\text{कलान्तर } \Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \times \frac{\lambda}{2} = \pi \text{ rad}$$

(d) $\Delta x = \frac{3\lambda}{4}$ हेतु

$$\text{कलान्तर } \Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \times \frac{3\lambda}{4} = 1.5\pi \text{ rad}$$

प्रश्न 11. दोनों सिरों पर परिबद्ध किसी तानित डोरी पर अनुप्रस्थ विस्थापन को इस प्रकार व्यक्त किया गया है।

$$y(x, t) = 0.06 \sin\left(\frac{2\pi}{3}x\right)\cos(120\pi t)$$

जिसमें x तथा y को m तथा t को s में लिया गया है। इसमें डोरी की लम्बाई 1.5 m है जिसकी संहति 3.0×10^{-2} kg है। निम्नलिखित का उत्तर दीजिए।

(a) यह फलन प्रगामी तरंग अथवा अप्रगामी तरंग में से किसे निरूपित करता है?

(b) इसकी व्याख्या विपरीत दिशाओं में गमन करती दो तरंगों के अध्यारोपण के रूप में करते हुए प्रत्येक तरंग की तरंगदैर्ध्य आवृत्ति तथा चाल ज्ञात कीजिए।

(c) डोरी में तनाव ज्ञात कीजिए।

अप्रगामी तरंगों में जिन स्थानों पर कण का विस्थापन शून्य होता है उन्हें निस्पन्द कहते हैं तथा जिन स्थानों पर कण का विस्थापन अधिकतम होता है वहाँ प्रस्पन्द बनते हैं।

हल (a) दी गई समी $y(x, t) = 0.06 \sin\left(\frac{2\pi}{3}x\right)\cos(120\pi t)$ निम्न रूप में है

$$y(x,t) = 2a \sin kx \cos\omega t$$

अतः यह अप्रगामी तरंग है।

(b) दो तरंगें जो अप्रगामी तरंग उत्पन्न करती है

$$y(x,t) = 2a \sin kx \cos\omega t$$

इन तरंगों के अध्यारोपण से हैं

$$y_1(x,t) = a \sin(\omega t - kx)$$

$$y_2(x,t) = a\sin(\omega t + kx)$$

हम रखते हैं $$y(x,t) = 0.06\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)x\cos(120\pi t)$$

$$\Rightarrow \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \lambda = 3\,\text{m}$$

$$\omega = 120\pi\ \text{rad/s}$$

कोणीय आवृत्ति $\omega = 2\pi\nu \Rightarrow \nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{120\pi}{2\pi}$

$$\nu = 60\,\text{Hz}$$

तरंग वेग $v = \nu\lambda = 60 \times 3$

$$= 180\,\text{m/s}$$

तथा $$y_1 = 0.03\sin\left(120\pi t - \frac{2\pi}{3}x\right)$$

$$y_2 = 0.03\sin\left(120\pi t + \frac{2\pi}{3}x\right)$$

(c) तरंग की चाल $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$

एकांक लम्बाई का द्रव्यमान μ = द्रव्यमान/लम्बाई

$$= \frac{3.0}{1.5} \times 10^{-2}$$

$$= 2 \times 10^{-2}\ \text{kg/m}$$

$\therefore \quad T = v^2\mu$

जहाँ, $v = 180\,\text{m/s}$

$$= (180)^2 \times 2 \times 10^{-2}$$

$$= 648\,\text{N}$$

प्रश्न 12. (i) प्रश्न 11 में वर्णित डोरी पर तरंग के लिए बताइए कि क्या डोरी के सभी बिन्दु समान (a) आवृत्ति (b) कला (c) आयाम से कम्पन करते हैं? अपने उत्तरों को स्पष्ट कीजिए। (ii) एक सिरे से 0.375 m दूर के बिन्दु का आयाम कितना है?

अग्रगामी तरंग के अभिलक्षण में रस्सी के भिन्न-भिन्न बिन्दुओं पर कम्पनों की आवृत्ति भिन्न होती है।

हल (i) निस्पन्द के अतिरिक्त रस्सी के सभी बिन्दुओं पर आवृत्ति तथा कला समान हैं परन्तु आयाम भिन्न-भिन्न हैं तथा निस्पन्दों पर कम्पन शून्य होता है।

(ii) $y(x,t) = 0.06\sin\left(\frac{2\pi}{3}x\right)\cos 120\,\pi t$

$x = 0.375\,\text{m}$ पर आयाम $|y(0.375, t)|_{\max}$ है

$t = 0$ पर $\cos(120\pi t)$ के अधिकतम मान हेतु

$\cos 0 = 1$

अब, $$A = 0.06 \sin\left(\frac{2\pi}{3} \times 0.375\right)$$

$$= 0.06 \sin\left(\frac{2\pi}{3} \times \frac{3}{8}\right)$$

$$= 0.06 \sin\left(\frac{2\pi}{8}\right)$$

$$= 0.06 \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

$$= 0.06 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.042 \text{ m}$$

प्रश्न 13. नीचे किसी प्रत्यास्थ तरंग (अनुप्रस्थ अथवा अनुदैर्ध्य) के विस्थापन को निरूपित करने वाले x तथा t के फलन दिए गए हैं। यह बताइए कि इनमें से कौन (i) प्रगामी तरंग को, (ii) अप्रगामी तरंग को, (iii) किसी भी तरंग को निरूपित नही करता है?

(a) $y = 2\cos(3x)\sin(10t)$

(b) $y = 2\sqrt{x - vt}$

(c) $y = 3\sin(5x - 0.5t) + 4\cos(5x - 0.5t)$

(d) $y = \cos x \sin t + \cos 2x \sin 2t$

गतिशील तथा अप्रगामी तरंग का जटिल रूप

$$y(x,t) = a\sin(kx \pm \omega t \pm \phi)$$

तथा $$y(x,t) = (2a \sin kx)\cos\omega t$$

एक तरंग, गतिमान तरंग तभी प्रकट करती है जब (x,t) $(x - vt)$ या $(x + vt)$ के रूप में प्रकट होती है तथा प्रत्येक क्षण यह परिमित रहती है।

हल (a) हरात्मक पद ωt तथा kx अलग-अलग प्रकट होते हैं अतः ये अप्रगामी तरंग प्रकट करते हैं।

(b) $y = 2(x - vt)^{1/2}$ x तथा vt का फलन है परन्तु 1/2 घात फलन की रेखीय प्रवत्ति को परिवर्तित करता है अतः यह किसी तरंग को प्रदर्शित नहीं करता है।

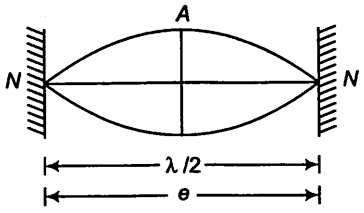
(c) यह गतिशील तरंग को प्रदर्शित करता है चूँकि पद kx ωt संयुग्मन $(kx - \omega t)$ के रूप में है।

(d) $y = \cos x \sin t + \cos 2x \sin 2t$ में प्रथम पद $\cos x \sin\omega t$ अप्रगामी तरंग है तथा द्वितीय पद $\cos 2x \sin 2t$ एक अन्य अप्रगामी तरंग है अतः संयुग्मन एक हारमोनिक तरंग प्रदर्शित करता है।

प्रश्न 14. दो दृढ़ टैंकों के बीच तानित तार अपनी मूल विधा में 45 Hz आवृत्ति से कम्पन करता है। इस तार का द्रव्यमान 3.5×10^{-2} kg तथा रैखिक द्रव्यमान घनत्व 4.0×10^{-2} kg/m है। (a) तार पर अनुप्रस्थ तरंग की चाल क्या है, तथा (b) तार में तनाव कितना है?

मूल अवस्था में तार के एक लूप में कम्पन में दो निस्पन्द तथा एक प्रस्पन्द बनता है।

हल



कम्पनों की मूल अवस्था में,

$$\frac{\lambda}{2} = l \text{ या } \lambda = 2l$$

$$v = \nu\lambda \qquad \ldots(i)$$

$$\nu = 45\,\text{Hz}$$

चूँकि, $\mu = \frac{m}{l} = 4 \times 10^{-2}\,\text{kg/m}$

$$m = 3.5 \times 10^{-2}\,\text{kg}$$

$\therefore$ $$l = \frac{m}{\mu} = \frac{3.5 \times 10^{-2}}{4 \times 10^{-2}} = 0.875\,\text{m}$$

अब, समी (i) से

(a) $v = 45 \times 2 \times 0.875 = 78.75\,\text{m/s}$ $(\because \lambda = 2l)$

(b) चूँकि $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$

$\Rightarrow$ $$T = v^2(\mu)$$

$$= (78.75)^2 \times 4.0 \times 10^{-2} = 248.06\,\text{N}$$

प्रश्न 15. एक सिरे पर खुली तथा दूसरे सिरे पर चलायमान पिस्टन लगी 1 m लम्बी नलिका किसी नियत आवृत्ति के स्रोत (340 Hz आवृत्ति का स्वरित्र द्विभुज) के साथ जब नलिका में वायु कॉलम 25.5 cm अथवा 79.3 cm होता है तब अनुनाद दर्शाती है। प्रयोगशाला के ताप पर वायु में ध्वनि की चाल का आकलन कीजिए। कोर के प्रभाव को नगण्य मान सकते हैं।

हल प्रथम अनुनाद पर लम्बाई

$$l_1 = 25.5\,\text{cm} = 25.5 \times 10^{-2}\,\text{cm}$$

द्वितीय अनुनाद पर लम्बाई $l_2 = 79.3\,\text{m}$

$\therefore$ तरंगदैर्ध्य $\lambda = 2(l_2 - l_1) = 2(79.3 - 25.5)$

$$= 2 \times 53.8$$

$$= 107.6\,\text{cm} = 1.076\,\text{m}$$

$v = \nu\lambda$, $\nu = 340\,\text{Hz}$ प्रयुक्त करने पर

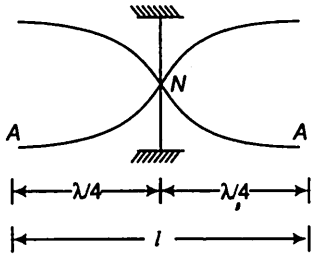
$\therefore$ ध्वनि की वायु में चाल $v = 340(107.6) \times 10^{-2}$

$$= 365.84\,\text{m/s}$$

प्रश्न 16. 100 cm लम्बी स्टील-छड़ अपने मध्य बिन्दु पर परिबद्ध है। इसके अनुदैर्ध्य कम्पनों की मूल आवृत्ति 2.53 kHz है। स्टील में ध्वनि की चाल क्या है?

कोई धात्विक छड़ जो मध्य बिन्दु पर कसी गई है मध्य बिन्दु पर निस्पन्द उत्पन्न करती है तथा मुक्त सिरों पर प्रस्पन्द बनाती है। (मूल अवस्था में) तब $l = \lambda/2$

हल मूल स्वरक अवस्था में, $l = 2\left(\frac{\lambda}{4}\right) = \frac{\lambda}{2}$



$\Rightarrow \quad \lambda = 2l$

दिया है, $l = 100\,\text{cm}, \nu = 2.53\,\text{kHz}$

$v = \nu\lambda$ प्रयुक्त करने पर

$\Rightarrow \quad v = 2.53 \times 10^3 \times 2 \times 100 \times 10^{-2}$

$= 5.06 \times 10^3\ \text{m/s}$

$= 5.06\,\text{km/s}$

प्रश्न 17. 20 cm लम्बाई के पाइप का एक सिरा बन्द है। 430 Hz आवृत्ति के स्रोत द्वारा इस पाइप की कौन-सी गुणावृत्ति विधा अनुनाद द्वारा उत्तेजित की जाती है? यदि इस पाइप के दोनों सिरे खुले हों तो भी क्या यह स्रोत इस पाइप के साथ अनुनाद करेगा? वायु में ध्वनि की चाल 340 m/s है।

बन्द ऑर्गन पाइप में केवल विषम सन्नादी होते हैं जबकि खुले ऑर्गन पाइप में सम तथा विषम दोनों सन्नादी होते हैं तथा मूल स्वरक की आवृत्ति न्यूनतम आवृत्ति होती है।

हल पाइप की लम्बाई $l = 20\,\text{cm} = 20 \times 10^{-2}\ \text{m}$

आवृत्ति $\nu = 430\,\text{Hz}$ स्रोत

ध्वनि की चाल $= 340\,\text{m/s}$

मूल स्वरक आवृत्ति ज्ञात करने पर

$$\nu_c = \frac{v}{4l} = \frac{340}{4 \times 20 \times 10^{-2}}$$

$$= 4.25 \times 10^2$$

$$= 425\,\text{Hz}$$

अत: मूल स्वरक आवृत्ति स्रोत के साथ अनुनाद प्रदर्शित करती है।

खुले पाइप हेतु (मूल स्वरक आवृत्ति)

$$\nu_o = \frac{v}{2l}$$

$$= \frac{340}{2 \times 20 \times 10^{-2}}$$

$$= 850\,\text{Hz}$$

अतः कोई अनुनाद नहीं होगा।

प्रश्न 18. सितार की दो डोरियाँ A तथा B एक साथ 'गा' स्वर बजा रही हैं तथा थोड़ी सी बेसुरी होने के कारण 6 Hz आवृत्ति के विस्पन्द उत्पन्न कर रही हैं। डोरी A का तनाव कुछ घटाने पर विस्पन्द की आवृत्ति घटकर 3 Hz रह जाती है। यदि A की मूल आवृत्ति 324 Hz, है तो B की आवृत्ति क्या है?

आवृत्तियों में अन्तर विस्पन्दों को प्रदर्शित करता है यदि तार में तनाव बढ़ाया जाता है, तब आवृत्ति भी बढ़ती है।

हल दिया है, A की आवृत्ति, $f_A = 324\,\text{Hz}$

B की आवृत्ति, $f_B = f_A \pm$ विस्पन्द की आवृत्ति $= 324 \pm 6$

या $f_B = 330$ या $318\,\text{Hz}$

यदि रस्सी में तनाव को मामूली सा कम कर दिया जाता है तब इसकी आवृत्ति 324 Hz से घटेगी। यदि $f_B = 330$ तथा f_A घटता है तब विस्पन्द आवृत्ति बढ़ती है परन्तु यदि $f_B = 318\,\text{Hz}$ तथा f_A घटती है तब विस्पन्द आवृत्ति घटती है यही शर्त दी गई है अतः $f_B = 318\,\text{Hz}$

प्रश्न 19. स्पष्ट कीजिए क्यों (अथवा कैसे)

(a) **किसी ध्वनि तरंग में विस्थापन निस्पन्द दाब प्रस्पन्द होता है और विस्थापन प्रस्पन्द दाब निस्पन्द होता है?**

(b) **आँख न होने पर भी चमगादड़ अवरोधकों की दूरी, दिशा, प्रकृति तथा आकार सुनिश्चित कर लेते हैं?**

(c) **वायलिन तथा सितार के स्वरों की आवृत्तियाँ समान होने पर भी हम दोनों से उत्पन्न स्वरों में भेद कर लेते हैं?**

(d) **ठोस अनुदैर्ध्य तथा अनुप्रस्थ दोनों प्रकार की तरंगों का पोषण कर सकते हैं जबकि गैसों में केवल अनुदैर्ध्य तरंगें ही संचरित हो सकती हैं, तथा**

(e) **परिक्षेपी माध्यम में संचरण के समय स्पन्द की आकृति विकृत हो जाती है?**

परिमाण प्राप्त करने के लिए परिभाषिक परयुक्तियाँ सावधानीपूर्वक प्रयुक्त करनी चाहिए।

हल (a) निस्पन्दों पर विस्थापन शून्य है परन्तु दाब अधिकतम है जबकि प्रस्पन्दों पर विस्थापन अधिकतम तथा दाब न्यूनतम होता है

(b) विस्पन्द उत्पन्न होते हैं तथा पराश्रव्य तरंगों को कम करते हैं यहाँ पर निकाय में पराध्वनिक तरंगें उद्‌गमित होती हैं जिनका परिसर 20-100 kHz होता है।

(c) यह तरंग की प्रकृति के कारण है तथा अधिस्वरकों की स्थिति दोनों अवस्थाओं में अलग-अलग है।

(d) अनुप्रस्थ तरंगों के संचरण हेतु माध्यम में श्रृंग तथा गर्त के अभिलक्षण होने चाहिए तथा गैसों में ये अभिलक्षण नहीं होते हैं अतः ये अनुप्रस्थ तरंगों का संचरण नहीं करती।

(e) स्पन्द भिन्न-भिन्न तरंगदैर्ध्यों की तरंगों का युग्म है ये तरंगें असमांगी माध्यम में भिन्न-भिन्न वेग से चलती हैं। जिससे विरूपण उत्पन्न होता है।

प्रश्न 20. रेलवे स्टेशन के बाह्य सिग्नल पर खड़ी कोई रेलगाड़ी शान्त वायु में 400 Hz आवृत्ति की सीटी बजाती है। (i) प्लेटफॉर्म पर खड़े प्रेक्षक के लिए सीटी की आवृत्ति क्या होगी जबकि रेलगाड़ी (a) 10 m/s चाल से प्लेटफॉर्म की ओर गतिशील है तथा (b) 10 m/s की चाल से प्लेटफॉर्म से दूर जा रही है? (ii) दोनों ही प्रकरणों में ध्वनि की चाल क्या है? शांत वायु में ध्वनि की चाल 340 m /s लीजिए।

डॉप्लर समीकरण प्रयुक्त करते हैं तथा चिह्न परिपाटी का उपयुक्त पालन करते हैं।

हल (i) (a)दिया है, ν = सीटी की आवृत्ति = 400 Hz

ट्रेन की चाल $v_T = 10$ m/s

ध्वनि की चाल $v = 340$ m/s

सीटी की आभासी आवृत्ति (ν′) (जब ट्रेन प्लेटफॉर्म की ओर आती है)

$$\nu' = \left(\frac{v}{v - v_T}\right)\nu$$

$$= \left(\frac{340}{340 - 10}\right) \times 400$$

$$= 412.12 \text{ Hz}$$

(b) जब ट्रेन प्लेटफॉर्म से दूर जाती है तब आभासी आवृत्ति

$$\nu'' = \left(\frac{v}{v + v_T}\right)\nu = \left(\frac{340}{340 + 10}\right)400 = 388.57 \text{ Hz}$$

(ii) ध्वनि की चाल माध्यम के अभिलक्षण पर निर्भर करती है दोनों अवस्थाओं में माध्यम के गुण बदलते हैं अतः ध्वनि की चाल भी नहीं बदलती है तथा समान बनी रहती है।

प्रश्न 21. स्टेशन यार्ड में खड़ी कोई रेलगाड़ी शान्त वायु में 400 Hz आवृत्ति की सीटी बजा रही है। तभी 10 ms चाल से यार्ड से स्टेशन की ओर वायु बहने लगती है। स्टेशन के प्लेटफॉर्म पर खड़े किसी प्रेक्षक के लिए ध्वनि की आवृत्ति, तरंगदैर्ध्य तथा चाल क्या हैं? क्या यह स्थिति तथ्यतः उस स्थिति के समरूप है जिसमें वायु शान्त हो तथा प्रेक्षक 10 m/s चाल से यार्ड की ओर दौड़ रहा हो? शान्त वायु में ध्वनि की चाल 340 m/s ले सकते हैं।

डॉप्लर प्रभाव स्रोत का आभासी आवृत्ति परिवर्तन है इसमें स्रोत तथा श्रोता की आपेक्षिक गति से स्रोत की आवृत्ति में आभासी परिवर्तन होता है।

हल इस स्थिति में स्रोत तथा श्रोता में कोई आपेक्षिक गति नहीं है श्रोता द्वारा ग्रहण की गई आवृत्ति स्रोत की आवृत्ति के समान है (400 Hz)।

जब हवा श्रोता की ओर बहती है।

ध्वनि की प्रभावी चाल $v_e = 340 + 10 = 350$ m/s

$v = \nu\lambda$ प्रयुक्त करने पर

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{350}{400} = 0.875 \text{ m}$$

जब श्रोता विराम हवा में गति आरम्भ करता है तब स्रोत तथा श्रोता की आपेक्षिक गति से स्रोत की आभासी आवृत्ति परिवर्तन उत्पन्न होता है। (डॉप्लर प्रभाव के अनुसार)।

जब हवा विराम में है, $v_m = 0$

श्रोता की चाल $v_L = 10$ m/s, $v_S = 0$

श्रोता स्रोत की ओर गतिमान है

$$\nu'' = \frac{(v + v_L)}{v} \times \nu$$

$$\text{आभासी आवृत्ति } \nu'' = \left(\frac{340 + 10}{340}\right) \times 400$$

$$= 411.76 \text{ Hz}$$

चूँकि स्रोत स्थिर है अतः तरंगदैर्ध्य परिवर्तित नहीं होती है अर्थात्

$$\lambda' = \lambda = 0.875 \text{ m}$$

$$\text{ध्वनि की चाल} = v + v_m = 340 + 0$$

$$= 340 \text{ m/s}$$

दोनों अवस्थाओं में स्थिति पूर्णतः भिन्न है।

विविध प्रश्नावली

प्रश्न 22. किसी डोरी पर कोई प्रगामी गुणावृत्ति तरंग इस प्रकार व्यक्त की गई है?

$$y(x, t) = 7.5\sin\,(0.0050x + 12t + \pi/4)$$

(a) $x = 1$ cm तथा $t = 1$ s पर किसी बिन्दु का विस्थापन तथा दोलन की चाल ज्ञात कीजिए। क्या यह चाल तरंग संचरण की चाल के बराबर है?

(b) डोरी के उन बिन्दुओं की अवस्थिति ज्ञात कीजिए जिनका अनुप्रस्थ विस्थापन तथा चाल उतनी ही है जितनी $x = 1$cm पर स्थित बिन्दु की समय $t = 2$ s, 5 s तथा 11 s पर है।

मानक समीकरण से गतिमान तरंग की तुलना करके आवश्यक घटक ज्ञात करते हैं। एक तरंगदैर्ध्य में कलान्तर 0 या 2π होता है तथा इन स्थानों पर वेग, विस्थापन तथा गति की कला समान होती है।

हल (a) दी गई समीकरण

$$y(x, t) = 7.5\sin\left(0.0050\,x + 12t + \frac{\pi}{4}\right)$$

मानक समीकरण से तुलना करने पर,

$$f(x, t) = a\sin(kx + \omega t + \phi)$$

कण का वेग

$$\frac{dy}{dt} = a\omega\cos(kx + \omega t + \phi)$$

$$v = 7.5 \times 12\cos\left(0.0050x + 12t + \frac{\pi}{4}\right)$$

अब, बिन्दु $x = 1\,\text{cm}$ तथा $t = 1\,\text{s}$ पर

समी (i) से,

$$y(1, 1) = 7.5\sin\left(0.005 \times 1 + 12 \times 1 + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$= 7.5\sin\left(12.005 + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$= 7.5\sin(12.79)\,\text{rad}$$

$$= 7.5\sin(732.81°)$$

$$= 7.5 \times 0.2217 = 1.6629 \approx 1.663\,\text{cm}$$

समी (ii) में $x = 1\,\text{cm}, t = 1\,\text{s}$ पर

$$(v)_{\text{कण}} = 7.5 \times 12\cos\left(0.005 \times 1 + 12 \times 1 + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$= 90\cos(12.005 + 0.785)$$

$$= 90\cos(12.79)\,\text{rad}$$

$$= 90\cos(732.71°)$$

$$= 90 \times 0.975$$

$$= 87.75\,\text{cm/s}$$

तरंग वेग $v = \frac{\omega}{k}$

$$= \frac{12}{0.005} = \frac{12}{5 \times 10^{-3}}$$

$$= 2.4 \times 10^3\,\text{cm/s} = 24\,\text{m/s}$$

चूँकि घटक kx व ωt के चिह्न समान हैं अत: तरंग ऋणात्मक X-अक्ष में गतिमान होगी।

$$(v)_{\text{तरंग}} = -24\,\text{m/s}$$

इस प्रकार तरंग वेग वह बिन्दु या कण का वेग नहीं है।

(b) $$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$\therefore$ $$\lambda = \frac{2\pi}{k}$$

$$= \frac{2 \times 3.14}{0.005} = 1256\,\text{cm} = 12.56\,\text{m}$$

$n\lambda$ पर ($n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$), $x = 1$ cm दूरी पर सभी बिन्दु समान कला में गति करेंगे। अत: बिन्दु $\pm 1256\,\text{cm}, 2512$ cm हैं।

प्रश्न 23. ध्वनि का कोई सीमित स्पन्द ('उदाहरणार्थ सीटी की 'पिप') माध्यम में भेजा जाता है।

(a) क्या इस स्पन्द की कोई निश्चित (i) आवृत्ति, (ii) तरंगदैर्ध्य, (iii) संचरण की चाल है?

(b) यदि स्पन्द दर 1 स्पन्द प्रति 20 सेकण्ड है अर्थात् सीटी प्रत्येक 20 s के पश्चात् सेकण्ड के कुछ अंश के लिए बजती है, तो क्या सीटी द्वारा उत्पन्न स्वर की आवृत्ति (1/20) Hz अथवा 0.05 Hz के बराबर होगी?

हल (a) स्पन्द की आवृत्ति विक्षेपी माध्यम में परिवर्तित होती है क्योंकि यहाँ तरंग का तरंगदैर्ध्य परिवर्तित होता है परन्तु यदि तरंग अविक्षेपी माध्यम में गति करती है तब संचरण वेग नियत रहता है।

(b) नहीं, यह पुनरावृत्ति की आवृत्ति प्रदर्शित करता है स्पन्द की आवृत्ति नहीं जो स्रोत के परासों पर निर्भर करती है।

प्रश्न 24. 8.0×10^{-3} kg/m रैखिक द्रव्यमान घनत्व की किसी लम्बी डोरी का एक सिरा 256 Hz आवृत्ति के विद्युत चालित स्वरित्र द्विभुज से जुड़ा है। डोरी का दूसरा सिरा किसी स्थिर घिरनी के ऊपर गुजरता हुआ किसी तुला के पलड़े से बँधा है जिस पर 90 kg के बाट लटके हैं। घिरनी वाला सिरा सारी आवक ऊर्जा को अवशोषित कर लेता है जिसके कारण इस सिरे से परावर्तित तरंगों का आयाम नगण्य होता है। $t = 0$ पर डोरी के बाएँ सिरे (द्विभुज वाले सिरे) $x = 0$ पर अनुप्रस्थ विस्थापन शून्य है ($y = 0$) तथा वह y की धनात्मक दिशा के अनुदिश गतिशील है। तरंग का आयाम 5.0 cm है। डोरी पर इस तरंग का वर्णन करने वाले अनुप्रस्थ विस्थापन y को x तथा t के फलन के रूप में लिखिए।

ध्यानपूर्वक प्रश्न पढ़ें। दिए गए तथ्यों का संग्रह करें तथा तरंग परासों को ज्ञात करो तथा सही तरंग फलन प्राप्त करो।

हल तरंग $+X$ अक्ष में गतिमान है चूँकि स्वरित्र द्विभुज बाईं ओर सम्बद्ध किया गया है यह विक्षोभ को दाईं ओर X अक्ष के अनुदिश भेज रहा है।

$$y(x,t) = a\sin(\omega t - kx)$$

अब, $$a = 5\,\text{cm} = 0.05\,\text{m}$$

$$\text{आवृत्ति } \nu = 256\,\text{Hz}$$

$$\text{रस्सी में तनाव} = mg = 90 \times 9.8 = 882\,\text{N}$$

अनुप्रस्थ तरंग का वेग

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

$\Rightarrow$ $$v = \sqrt{\frac{882}{8.0 \times 10^{-3}}}$$

$$= 332\,\text{m/s}$$

$$\text{कोणीय आवृत्ति } \omega = 2\pi\nu = 2 \times 3.14 \times 256$$

$$= 1607.6$$

$$= 1.6 \times 10^3\,\text{rad/s}$$

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{332}{256}\,\text{m}$$

संचरण नियतांक $k = \dfrac{2\pi}{\lambda} = \dfrac{2 \times 3.14}{\left(\dfrac{332}{256}\right)}$

$$= 4.84\,\text{m}$$

अतः गति की आवश्यक तरंग समीकरण

$$y(x,t) = 0.05 \sin(1.6 \times 10^3 t - 4.84x)\,\text{m}$$

प्रश्न 25. किसी पनडुब्बी के आबद्ध कोई 'सोनार' निकाय 40.0 kHz आवृत्ति पर प्रचालन करता है। कोई शत्रु-पनडुब्बी 360 km/h चाल से इस सोनार की ओर गति करती है। पनडुब्बी से परावर्तित ध्वनि की आवृत्ति क्या है? जल में ध्वनि की चाल 1450 m/s लीजिए।

शत्रु द्वारा ग्रहण की गयी सोनार की आवृत्ति पुनः परावर्तित होकर सोनार पर ही परिवर्तित आवृत्ति के साथ पहुँचती है।

हल सोनार आवृत्ति

$$\nu_s = 40\,\text{kHz} = 40 \times 10^3\,\text{Hz}$$

शत्रु पनडुब्बी की चाल

$$v_e = 360\,\text{km/h}$$
$$= 360 \times \frac{5}{18}\,\text{m/s}$$
$$= 100\,\text{m/s} \qquad \left(\because 1\,\text{km/h} = \frac{5}{18}\,\text{m/s}\right)$$

जल में ध्वनि की चाल = 1450 m/s

पनडुब्बी की आभासी आवृत्ति

$$\nu' = \left(\frac{v + v_o}{v}\right)\nu$$
$$= \left(\frac{1450 + 100}{1450}\right) \times 40 \times 10^3$$
$$= 42.76 \times 10^3\,\text{Hz}$$

परावर्तित तरंग की भिन्न आवृत्ति होती हैं

$$\nu'' = \left(\frac{v}{v + v_s}\right)\nu$$

यहाँ, $v_s = 100$ m/s शत्रु की पनडुब्बी की चाल है

$$\nu'' = \left(\frac{1450}{1450 - 100}\right) \times 42.76$$
$$= 45.93 \times 10^3\,\text{Hz}$$
$$= 45.93\,\text{kHz}$$

प्रश्न 26. भूकम्प पृथ्वी के भीतर तरंगें उत्पन्न करते हैं। गैसों के विपरीत, पृथ्वी अनुप्रस्थ (S) तथा अनुदैर्ध्य (P) दोनों प्रकार की तरंगों की अनुभूति कर सकती है। S तरंगों की प्रतिरूपी चाल लगभग 4.0 km/s, तथा P तरंगों की प्रतिरूपी चाल लगभग 8.0 km/s है। कोई भूकम्प-लेखी किसी भूकम्प की P तथा S तरंगों का रिकॉर्ड करता है। पहली P तरंग पहली S तरंग की तुलना में 4 मिनट पहले पहुँचती है। यह मानते हुए कि तरंगें सरल रेखा में गमन करती हैं यह ज्ञात कीजिए कि भूकम्प घटित होने वाले स्थान की दूरी क्या है?

संसूचक से दोनों गतिशील तरंगें समान दूरी पर होंगी।

हल दिया है, $v_P = P$ तरंग की चाल = 8.0 km/s

$v_S = S$ तरंग की चाल = 4.0 km/s

$t_P =$ रिकॉर्डर तक P तरंग को पहुँचने में लगा समय

$t_S = S$ तरंग को रिकॉर्डर तक पहुँचने में लगा समय

अब, दोनों तरंगें संसूचक से केन्द्र तक समान दूरी तय करते हैं अतः

$$\Rightarrow \quad v_P t_P = v_S t_S$$

$$\Rightarrow \quad 8 \times t_P = 4 \times t_S$$

अथवा $$2t_P = t_S \qquad \ldots(i)$$

अब $$t_S - t_P = 4 \text{ min (दिया है)}$$

या $$2t_P - t_P = 4 \text{ min}$$

$$\Rightarrow \quad t_P = 4 \text{ min} = 240 \text{ s}$$

अतः स्रोत तथा संसूचक के बीच की दूरी

$$D = t_P v_P = t_S v_S$$
$$= 240 \text{ (s)} \times 8 \times 10^3 \text{ m/s}$$
$$= 1920 \times 10^3 \text{ m} = 1920 \text{ km}$$

प्रश्न 27. कोई चमगादड़ किसी गुफा में फड़फड़ाते हुए पराश्रव्य ध्वनि उत्पन्न करते हुए उड़ रहा है। मान लीजिए चमगादड़ द्वारा उत्सर्जित ध्वनि की आवृत्ति 40 kHz है। किसी दीवार की ओर सीधा तीव्र झपट्टा मारते समय चमगादड़ की चाल ध्वनि की चाल की 0.03 गुनी है। चमगादड़ द्वारा सुनी गई दीवार से परावर्तित ध्वनि की आवृत्ति क्या है?

आवृत्ति दीवारों पर प्राप्त होगी तथा परावर्तित आवृत्ति नाव पर प्राप्त होगी। अतः आवृत्ति ज्ञात करनी है।

हल नाव द्वारा उत्सर्जित मूल आवृत्ति $\nu = 40$ kHz

नाव की चाल $v_b = 0.03 v$

यदि $v =$ ध्वनि की चाल

दीवार पर आभासी आवृत्ति $\nu' = \left(\frac{v}{v - v_b}\right)\nu$

$$= \left(\frac{v}{v - 0.03v}\right) \times 40$$

$$= \frac{40}{0.97} \text{ kHz}$$

स्थिर दीवार द्वारा परावर्तित प्रगामी तरंग की आवृत्ति (नाव की ओर)

$$v'' = \left(\frac{v + v_b}{v}\right) v'$$

$$= \left(\frac{v + 0.03v}{v}\right) \times \frac{40}{0.97}$$

$$= \frac{1.03 \times 40}{0.97}$$

$$= 42.47 \text{ kHz}$$